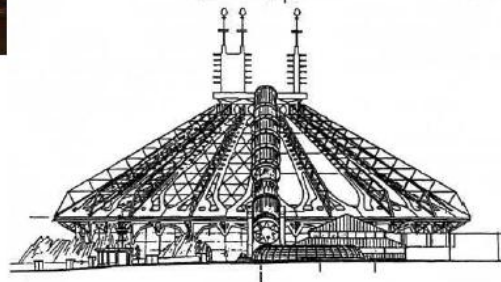
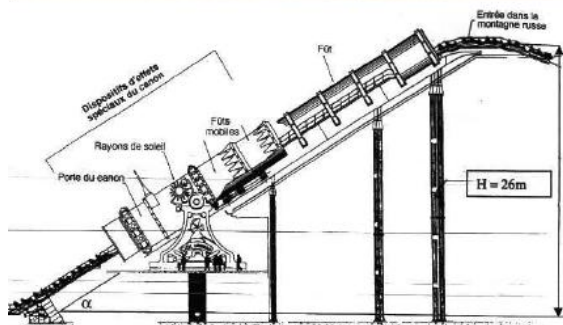
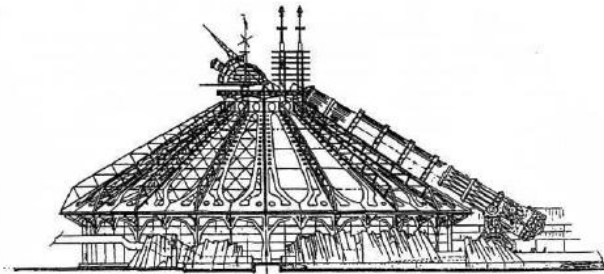


## ATTRACTION « SPACE MOUNTAIN »

### Mise en situation

#### Présentation de l'attraction :

Cette attraction est installée au parc Eurodisney. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Les passagers peuvent faire l'expérience d'un voyage évoquant l'histoire du roman de JULES VERNES « de la terre à la lune », grâce à de somptueux décors spatiaux. Les voitures sont sonorisées en synchronisation avec le circuit qui comporte trois renversements complets. Le système de lancement, évoquant un canon, est en fait une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un poussoir vient en contact avec le train afin de le propulser. La motorisation de ce dispositif fait l'objet de cette étude.



#### Objectifs

Il s'agit de :

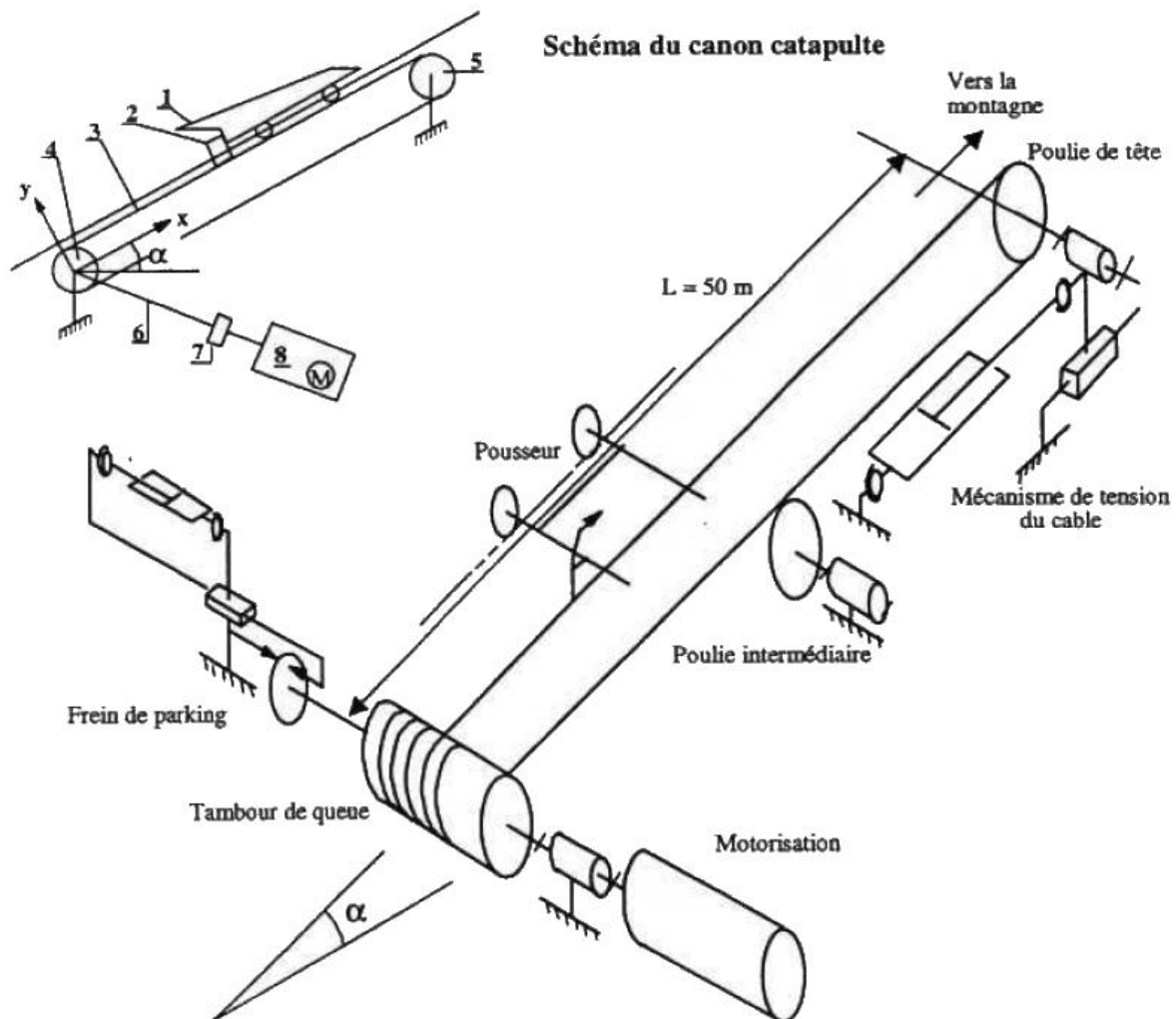
- Modéliser le comportement du système de motorisation de la catapulte ;
- Quantifier des performances du système ;
- Conclure quant au respect du cahier des charges de la catapulte.

#### Analyse fonctionnelle et structurelle de la catapulte

La partie opérative du système de lancement proprement dit comporte :

- Une rampe de lancement intégrée à un canon catapulte et disposée selon la génératrice du bâtiment de forme conique.
- Une chaîne fonctionnelle d'entraînement du poussoir 2 comportant un système de motorisation et un système de transformation de mouvement (La rotation de l'arbre moteur est transformée en translation du poussoir).

- Une chaîne fonctionnelle de tension du câble associée à la poulie de tête 5 : la tension du câble est ainsi contrôlée et asservie pendant toute la phase de lancement.
- Un frein de parking permet d'assurer le blocage du tambour d'entraînement lorsque le pousseur est au repos.



### Extrait du cahier des charges

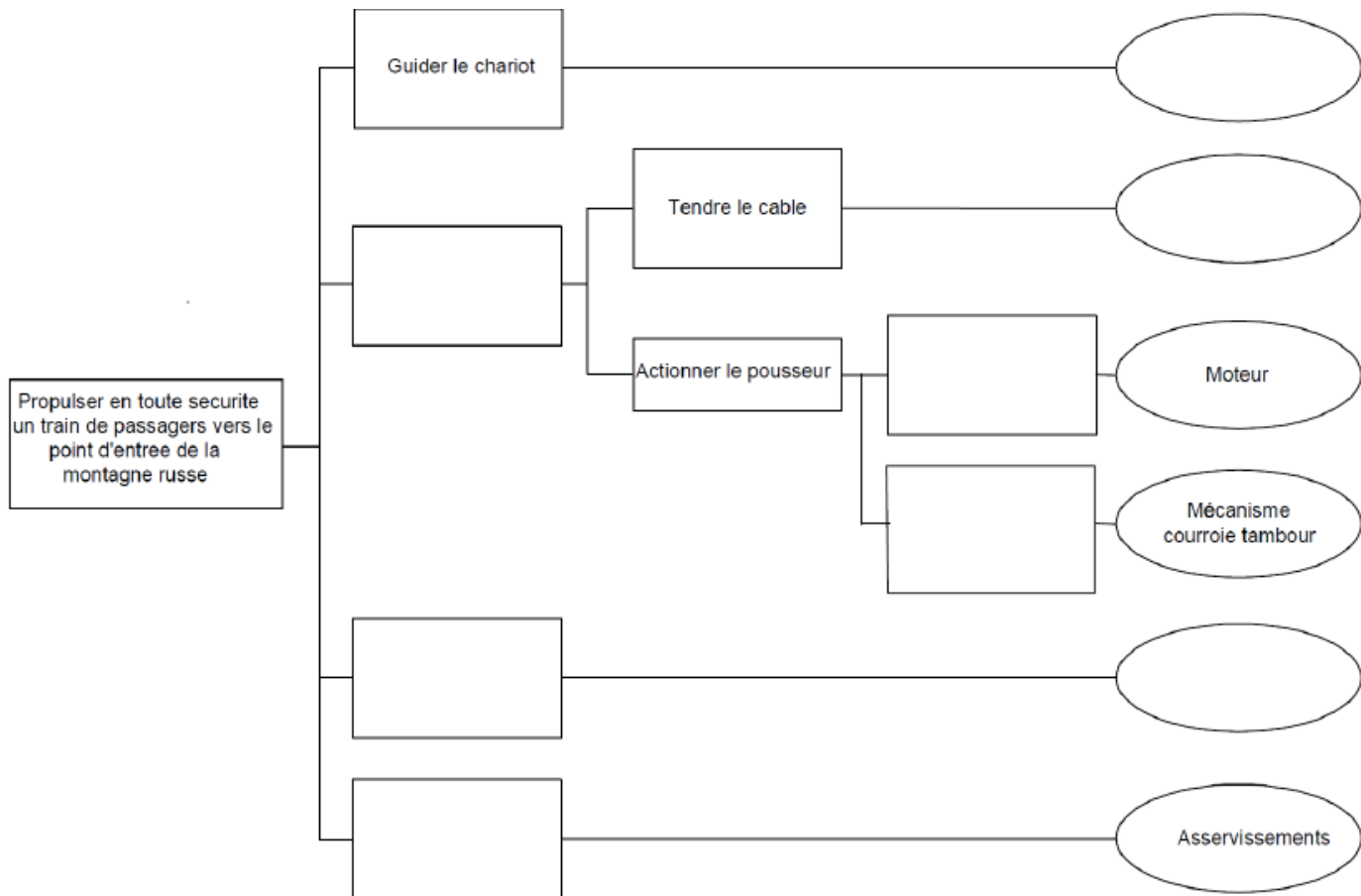
	Fonction	Critères	Niveau
FP <sub>1</sub>	Propulser en toute sécurité un train de passagers vers le point d'entrée de la montagne russe	Durée du cycle de lancement Fréquence de lancement Masse propulsée Inclinaison de la voie Maintien en position Vitesse de propulsion accélération	30 secondes maxi 1 toute les 36s 7500 kg maxi 34° frein de parking 14m/s à 5 % 8m/s <sup>2</sup> mini ±1 m/s <sup>2</sup>

On donne le rapport de la transmission entre les vitesses et les accélérations :  $\frac{V_{pousseur}}{\omega_{moteur}} = \frac{a_{pousseur}}{\omega'_{moteur}} = 0,5m$

**Q1/** Dans la phase de conception d'une telle attraction, quelle fonction ou paramètre est primordial ?

**Q2/** Justifier l'asservissement de vitesse dans cette utilisation.

Q3/ Compléter le diagramme F.A.S.T. suivant :



### Étude de l'asservissement de la motorisation de la catapulte

#### Étude préliminaire : Moteur à courant continu

Les équations d'un moteur à courant continu classique sont données ci-après :

$$\text{Équation électrique : } u(t) = r \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

$$\text{Équation mécanique : } J_{eq} \cdot \frac{d\Omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$$

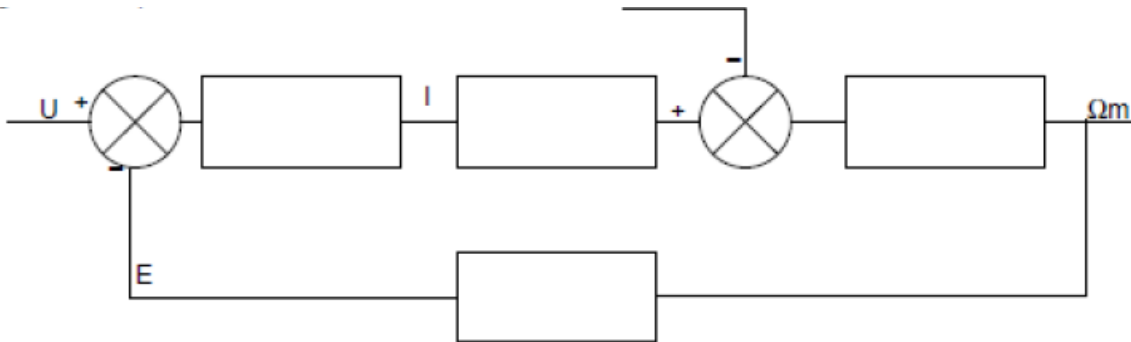
$$\text{Relations caractéristiques de comportement } C_m(t) = K_t \cdot i(t) \quad \text{et} \quad e(t) = K_e \cdot \Omega_m(t)$$

Avec :

- $u(t)$  : la tension aux bornes du moteur (en V) (entrée du système)
- $e(t)$  : force contre-électromotrice (en V)
- $i(t)$  : intensité (en A)
- $\Omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur (en rad/s) (sortie du système)
- $C_m(t)$  : couple moteur (en N.m)
- $C_r(t)$  : couple résistant (en N.m) (perturbation du système)
- $J_{eq}$  : inertie en rotation de l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)
- $R$  résistance électrique du moteur
- $L$  inductance du moteur
- $K_e$  constante de la force contre-électromotrice
- $K_t$  constante de couple

Q4/ Appliquer les transformées de Laplace aux équations précédentes. Vous ferez les hypothèses nécessaires, que vous préciserez.

Q5/ Compléter le schéma bloc suivant :



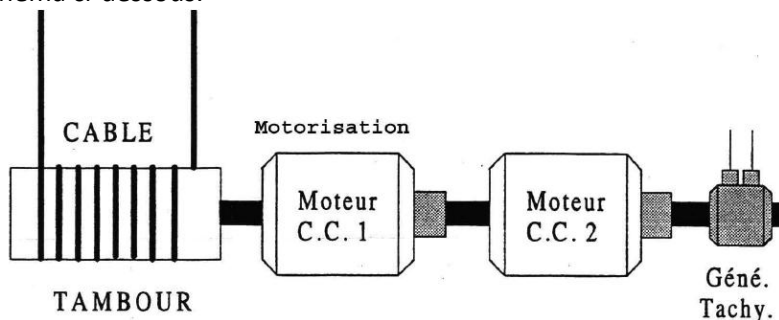
Q6/ Déterminer la fonction de transfert  $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  en la mettant sous la forme canonique (on supposera  $C_r(p)$  nul pour cette question).

Q7/ Déterminer la fonction de transfert  $G_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$  en la mettant sous la forme canonique (on supposera  $U(p)$  nul pour cette question).

Q8/ En déduire  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $U(p)$ ,  $C_r(p)$ ,  $H_1(p)$  et  $G_1(p)$ .

### Présentation de la motorisation de la catapulte

L'entraînement du tambour est obtenu par l'association de deux moteurs montés en tandem selon le schéma ci-dessous.



M1 et M2 sont des moteurs à courant continu à excitation séparée. Pour chacun des moteurs, on utilisera le modèle classique, linéaire et continu du moteur à courant continu introduit dans l'étude préliminaire. La vitesse est contrôlée par une génératrice tachymétrique.

On note :

$U_1$  et  $U_2$  les tensions respectives des moteurs  $M_1$  et  $M_2$  ;  $i_1$  et  $i_2$  les courants respectifs ;

$C_{m1}$  et  $C_{m2}$  les couples moteurs ;

$e_1$  et  $e_2$  les forces contre-électromotrices (f.c.é.m.) ;  $K_{e1}$  et  $K_{e2}$  les constantes des f.c.é.m. ;

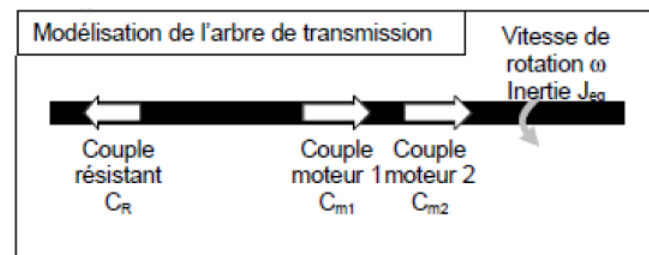
$K_{t1}$  et  $K_{t2}$  les constantes de couple ;

$R_1$ ,  $R_2$  les résistances et  $L_1$ ,  $L_2$  les inductances des moteurs  $M_1$  et  $M_2$  ;

$J_{eq}$  l'inertie équivalente de l'ensemble de la transmission ramenée à l'arbre moteur

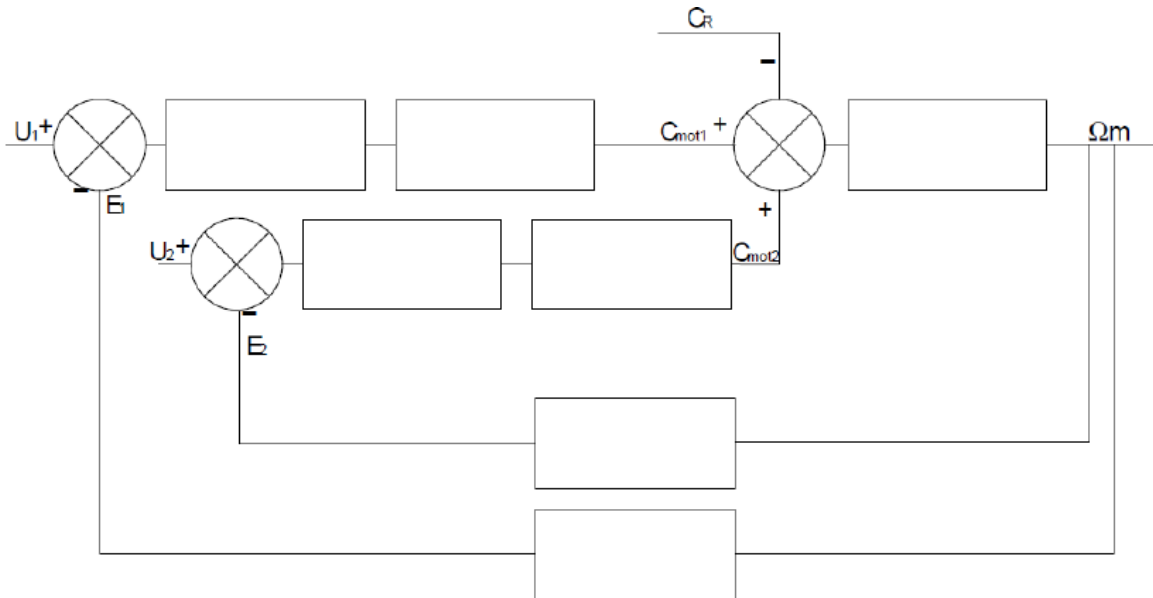
$J_{eq}=6000 \text{ kg.m}^2$

$C_r$  le couple résistant  $C_r=22200 \text{ Nm}$



### Modélisation de la motorisation

Q9/ Par analogie avec la partie précédente, compléter le schéma bloc suivant :



Q10/ Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$\Omega_m(p) = H_1(p).U_1(p) + H_2(p).U_2(p) - H_3(p).C_r(p)$$

$$\text{Avec } H_1(p) = \frac{K_{t1} \cdot (R_2 + L_2 \cdot p)}{D(p)} ; H_2(p) = \frac{K_{t2} \cdot (R_1 + L_1 \cdot p)}{D(p)} ; H_3(p) = \frac{(R_1 + L_1 \cdot p) \cdot (R_2 + L_2 \cdot p)}{D(p)}$$

$$\text{Et où } D(p) = J_{eq} \cdot p \cdot (R_1 + L_1 \cdot p) \cdot (R_2 + L_2 \cdot p) + K_{e1} \cdot K_{t1} \cdot (R_2 + L_2 \cdot p) + K_{e2} \cdot K_{t2} \cdot (R_1 + L_1 \cdot p)$$

On suppose dans la suite du sujet que les deux moteurs sont strictement identiques et commandés par une même tension commune U. On repartira des expressions fournis ci-dessus.

On donne  $K_{e1} = K_{e2} = 22 \text{ V/rd/s}$

$$K_{t1} = K_{t2} = 22 \text{ Nm/A}$$

$$R_1 = R_2 = 0,05 \text{ } \Omega$$

$$J_{eq} = 6000 \text{ kg.m}^2$$

$$L_1 = L_2 = 7,2 \times 10^{-4} \text{ H}$$

$$U_{1\max} = U_{2\max} = 600 \text{ V}$$

Q11/ Montrer que la fonction de transfert se simplifie.

Q12/ En comparant cette fonction de transfert avec celle trouvée à la question 6 (fonction de transfert d'un moteur à courant continu seul), montrer que cette motorisation est équivalente à un moteur unique dont on précisera les paramètres  $K_{Eeq}$ ,  $K_{teq}$ ,  $R_{eq}$ ,  $L_{eq}$

Q13/ Tracer le schéma bloc avec  $K_{Eeq}$ ,  $K_{teq}$ ,  $R_{eq}$ ,  $L_{eq}$ .

Q14/ Mettre la relation de transfert sous la forme canonique suivante et donner les expressions littérales et numériques des différents paramètres :

$$\Omega_m = \underbrace{\frac{K_U}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}_{H_2(p)} \cdot U - \underbrace{\frac{K_C \cdot (1 + T \cdot p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}_{G_2(p)} \cdot C_r$$

Pour la suite, on prendra les valeurs suivantes :

$$\xi=2,3 \quad \omega_0=15 \text{ rad/s} \quad K_u=0,0454 \quad K_c=52 \times 10^{-6}$$

Q15/ Donner l'allure de la réponse indicielle et définir le type de régime en prenant  $C_r=0$ .

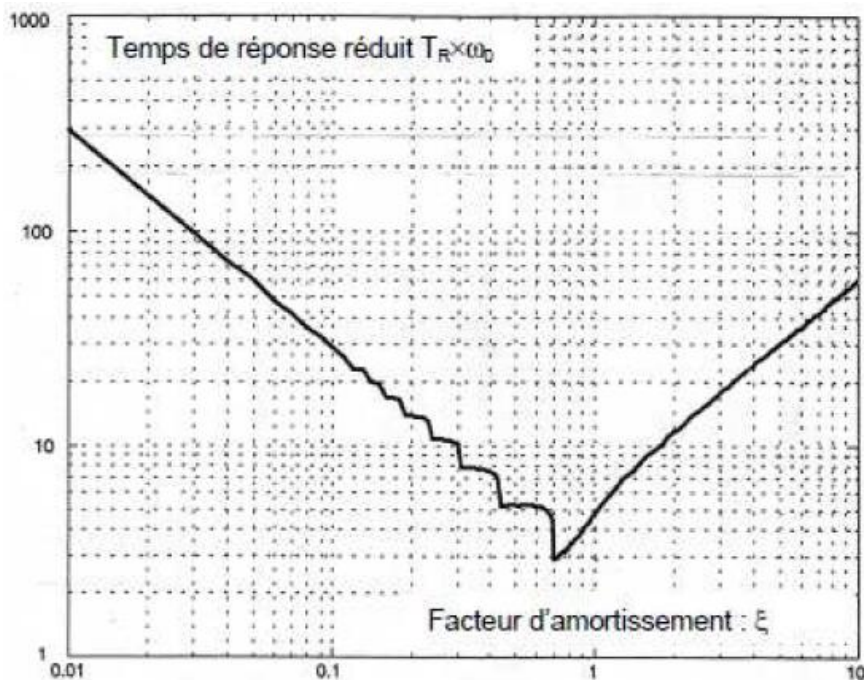
### Performances de la commande en boucle ouverte.

Le système étant soumis à un échelon de tension de valeur maximale.

Q16/ Calculer la vitesse de rotation limite théorique  $\Omega_\infty$ , effectuer l'application numérique, commenter vis-à-vis du cahier des charges :

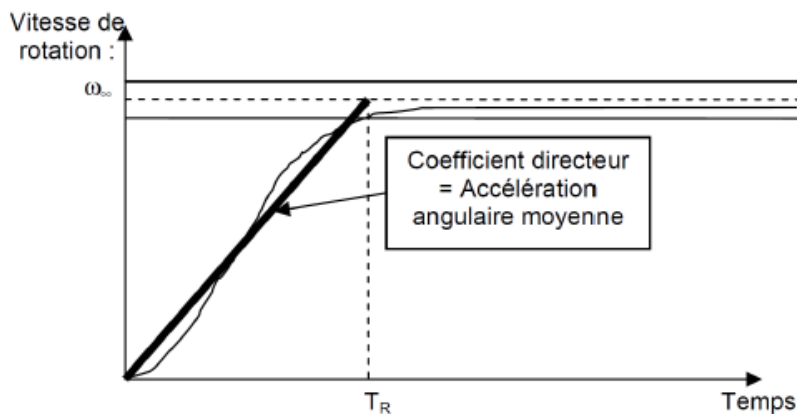
- En négligeant le couple de frottement  $C_r$ .
- En modélisant le couple de frottement par un échelon  $C_r(t)=22200 \text{ Nm}$ .

Le diagramme suivant permet de définir le temps de réponse à 5%  $T_R$  d'un système du deuxième ordre en fonction des valeurs des paramètres caractéristiques  $\omega_0$  et  $\xi$ .



Q17/ Calculer le temps de réponse à 5%,  $T_R$ .

L'accélération angulaire moyenne peut être simplement calculée en utilisant le graphe des vitesses donné page suivante :



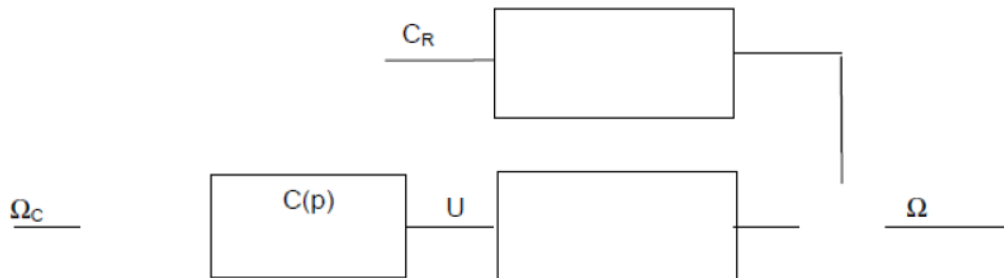
Q18/ En déduire la valeur de l'accélération angulaire moyenne afin d'atteindre la vitesse maxi. Commenter vis-à-vis du cahier des charges.

### Commande asservie en vitesse du pousseur

Afin de satisfaire le cahier des charges en vitesse et en accélération, on décide d'asservir la vitesse du pousseur.

On considère le moteur équivalent asservi en vitesse, à retour unitaire, et dont le réglage est effectué au moyen d'un correcteur  $C(p)$ .

Q19/ Compléter le schéma fonctionnel suivant en faisant apparaître  $H_2(p)$  et  $G_2(p)$ :



Q20/ Donner la relation de transfert en boucle fermée :  $\Omega_m = f(\Omega_c, C_R)$  en fonction de  $H_2(p)$  et  $G_2(p)$ .

Q21/ On suppose  $C_R(p)$  nul.

a) A partir de la FTBO, en prenant  $C(p)=1$ , tracer le diagramme de Bode de  $H_2$ .

b) En déduire la marge de phase. Le système serait-il stable sans correcteur ?

### Correcteur à action proportionnelle $C(p) = K_i$

Dans une première approche, il est envisagé de contrôler la tension de commande  $U$  des moteurs en insérant simplement un gain  $K_i$ .

Q22/ Donner l'expression littérale de la précision statique pour un échelon d'amplitude  $\Omega_{c0}$  en entrée.

a. En négligeant le couple résistant.

b. En prenant en compte le couple résistant par un échelon d'amplitude  $C_{R0}$ .

Q23/ A quelles conditions peut-on dire que l'erreur indicielle permet de valider ou non le cahier des charges en vitesse ?

Q24/ Quelle serait la valeur à donner à  $K_i$  afin de respecter la condition de précision sur la vitesse en donnant une consigne en échelon de 14 m/s.

Q25/ Pour cette valeur de  $K_i$ , donner l'erreur de trainage pour une accélération de 8 m/s<sup>2</sup>.

Q26/ Conclure sur la précision et la sensibilité aux perturbations du système. Que proposez-vous ?