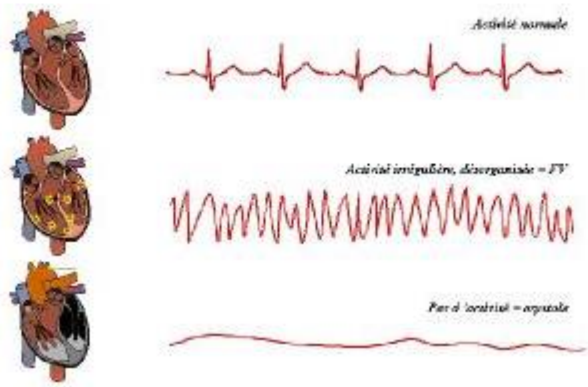
CONDITIONNEMENT DU SIGNAL

MISE EN SITUATION : L'ELECTROCARDIOGRAMME



Le cœur est un muscle. Or les muscles sont commandés par des impulsions électriques. A chaque impulsion, les muscles du cœur se contractent, comprime les ventricules du cœur, permettant ainsi l'injection du sang dans le corps. Certains troubles cardiaques sont dus à des anomalies du rythme de contraction ventriculaire. Pour dépister ces maladies, on réalise un électrocardiogramme qui consiste à relever l'activité électrique du cœur.

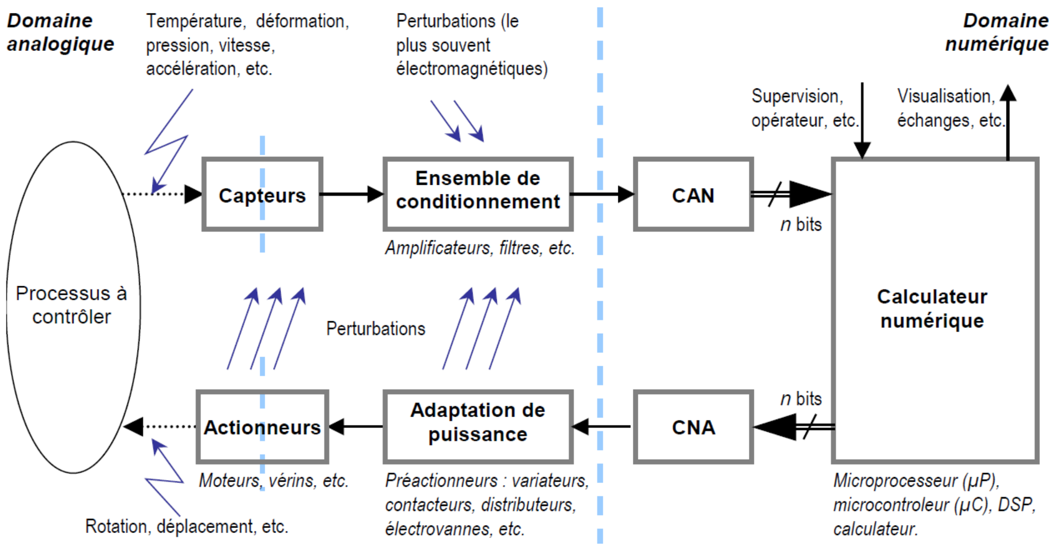
On place alors des électrodes sur la peau du patient au niveau du cœur, afin de relever ces impulsions électriques. Le problème est que ces impulsions sont d'amplitude très faible (de l'ordre du millivolt). De plus, aux signaux provenant du cœur s'ajoutent ceux du à la respiration (de basses fréquences) et ceux dus aux mouvements parasites des autres muscles (hautes fréquences).

Conclusion, le signal relevé par les électrodes ne peut être directement intepreté, affiché ou traité. Il doit subir un traitement permettant de le rendre "lisible". Il va donc falloir réaliser les opérations suivantes :

- **Amplification** : afin de transformer un signal de l'ordre du millivolt en un signal de l'ordre du volt
- **Filtrage** : afin de ne garder que les fréquences utiles correspondant au cœur

  Une conversion analogique numérique : afin d'adapter le signal aux composants de traitement (numériques

Ce conditionnement du signal est maintenant quasiment généralisé dès qu'un capteur est présent dans un système. On retrouve alors dans les systèmes où l'on réalise un contrôle de processus la structure représentée ci-dessous :



I Amplification

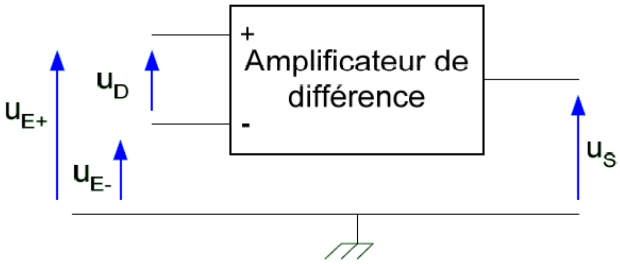
Les signaux électriques issus de capteurs (thermocouple, ponts de mesure) sont généralement de faible niveau. Si l'on souhaite travailler avec une bonne précision, il est nécessaire de les amplifier de puissance.

1. Amplificateur de différence

a) Généralités

Le signal utile est dans la plupart des cas transmis avec deux fils, le signal se lit sur la différence de potentiel des deux lignes. C'est cette différence de potentiel qu'il faut amplifier. On parle alors d'amplificateur de différence.

L'amplificateur idéal donne alors le résultat suivant : $u_s = Ad.u_D$
Ad est appelé l'amplification de mode différentiel.



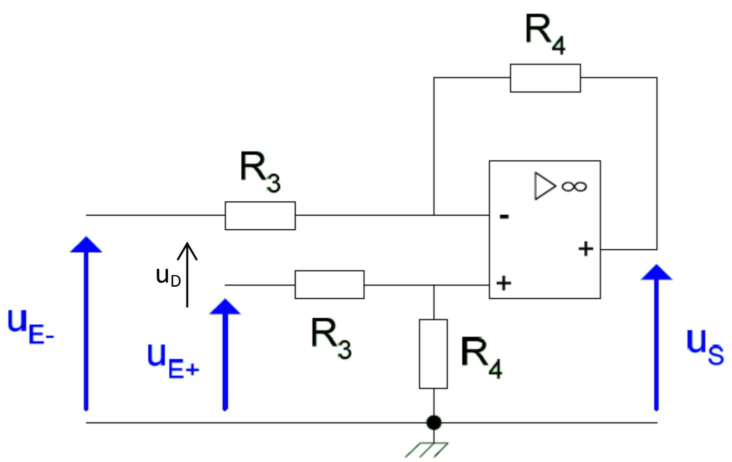
En réalité, les deux entrées ne sont jamais symétriques et peuvent être amplifiées de manière différente, on peut alors mettre u_s sous la forme suivante :

$$u_s = A_+.u_{E+} - A_-.u_{E-} = \underbrace{\left(\frac{A_+ + A_-}{2}\right)}_{A_D} \times \underbrace{(u_{E+} - u_{E-})}_{u_D} + \underbrace{(A_+ - A_-)}_{A_C} \times \underbrace{\left(\frac{u_{E+} + u_{E-}}{2}\right)}_{u_C} = A_D.u_D + A_C.u_C$$

Ac est l'amplification de mode commun et u_c la tension de mode commun.

b) Montage soustracteur (à AOP)

Le composant de base pour ces amplificateurs est l'amplificateur opérationnel AOP(aussi appelé Amplificateur linéaire intégré ALI). Montage de base :



L'AOP est un composant ayant une impédance d'entrée très grande (qu'on assimile à l'infini, ce qui entraine i+=i-=0) et un gain différentiel très important qui fait que lorsqu'il y a une rétroaction négative (sortie reliée à l'entrée négative de l'AOP), on a égalité des potentiels sur les entrées + et -.

Etude :

AOP en rétroaction négative : $V_+=V_-$

Millmann en - : $V_- = \frac{\frac{u_{E-}}{R_3}+\frac{u_s}{R_4}}{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} = \frac{R_4.u_{E-}+R_3.u_s}{R_3+R_4}$

Millmann en + : $V_+ = \frac{\frac{u_{E+}}{R_3}+\frac{0}{R_4}}{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} = \frac{R_4.u_{E+}}{R_3+R_4}$

$V_+=V_-$ $\leftrightarrow \frac{R_4.u_{E+}}{R_3+R_4} = \frac{R_4.u_{E-}+R_3.u_s}{R_3+R_4} \leftrightarrow R_4.u_{E+} = R_4.u_{E-} + R_3.u_s \leftrightarrow u_s = \frac{R_4}{R_3}\times(u_{E+}-u_{E-}) = \frac{R_4}{R_3}\times u_D$

Le montage réalise donc bien une amplification du signal utile de mesure ud, avec une amplification de mode différentielle Ad=R4/R3 et une amplification de mode commun nulle.

Cependant, ce résultat n'est que théorique. Aux imperfections de l'AOP (gain, impédance d'entrée non infini) s'ajoute la tolérance des résistances. (en général, les résistances ont leur valeur assurée à 5% ou 1% suivant le prix).

Exemple : supposons que la résistance R_3 sur u_{E+}, ne soit pas strictement égale à la valeur théorique. On l'écrit alors sous la forme suivante $R_3'=R_3.(1+\varepsilon)$ avec $\varepsilon<<1$.

On peut alors calculer l'amplification en mode commun en prenant $u_{E+}=u_{E-}=u_E$. (on a alors $u_s=Ac.u_E$)

Les équations précédentes deviennent alors :

$$\frac{R_4.u_E}{R_3(1+\varepsilon)+R_4} = \frac{R_4.u_E+R_3.u_s}{R_3+R_4} \leftrightarrow \frac{Ad.u_E}{1+\varepsilon+Ad} = \frac{Ad.u_E+u_s}{1+Ad} \qquad rappel : A_D = \frac{R_4}{R_3}$$

$\leftrightarrow \frac{\frac{Ad}{1+Ad}.u_E}{1+\frac{\varepsilon}{1+Ad}} = \frac{Ad.u_E+u_s}{1+Ad}$, comme $\varepsilon<<1$ on peut faire un DL du membre de gauche.

$$\leftrightarrow \frac{Ad}{1+Ad}\left(1-\frac{\varepsilon}{1+Ad}\right).u_E - \frac{Ad.u_E}{1+Ad} = \frac{u_s}{1+Ad} \leftrightarrow \frac{Ad}{1+Ad}\left(1-\frac{\varepsilon}{1+Ad}-1\right).u_E = \frac{u_s}{1+Ad}$$

$$\leftrightarrow u_s = -\frac{Ad.\varepsilon}{1+Ad}\times u_E$$

L'amplification en mode commun est donc de : $Ac = -\frac{Ad.\varepsilon}{1+Ad}$

L'amplification en mode différentiel est peu changé Ad=R4/R3.

Exemple de conséquences pour :

Situation 1 : $u_{E+} = 490\ mV$, $u_{E-} = 510\ mV$, R_3=1kΩ R_4=10 kΩ et ε=0,05 (tolérance à 5%)↔

Ad=10
Ac=0,045

us=10×(0,51-0,49)-0,045×(0,51+0,49)/2=-177,5 mV au lieu de 200 mV avec Ac=0.

On a donc ici une erreur de (200-177.5)/200*100=11,25 %

Situation 2 : $u_{E+} = 4{,}9\ V$, $u_{E-} = 5{,}1\ V$, R_3=1kΩ R_4=5 kΩ et ε=0,01 (tolérance à 1%)↔

$\left.\begin{array}{l}\text{Ad=5}\\ \text{Ac=-0,00833}\end{array}\right\}$ us=5×(5,1-4,9)-0,0083×(5,1+4,9)/2=0,958V au lieu de 1V avec Ac=0.

On a donc ici une erreur de (1-0,958)/1*100=4,2 %

Même avec une précision sur les résistances de 1%, avec une tension de mode commun élevée on arrive à une erreur non négligeable.

Rq : pour juger de la qualité d'u montage amplificateur, on peut calculer le taux de rejection de mode commun TRMC (ou en anglais CMRR : common mode rejection ratio)

TRMC=20 log $\left|\frac{Ad}{Ac}\right|$

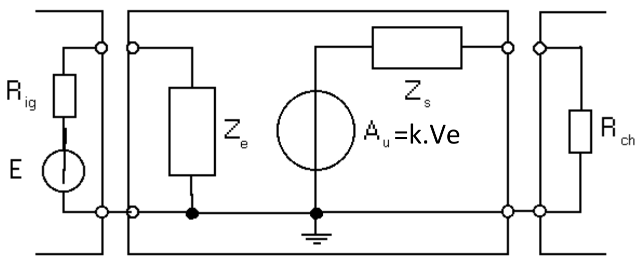
Dans le dernier exemple, on a TRMC=20 log $\left|\frac{5}{-0{,}00833}\right| = 55dB$

Dans une application de mesure, il est souvent nécessaire d'avoir un amplificateur plus précis, on parle alors d'amplificateur d'instrumentation.

c) Amplificateur d'instrumentation

Les amplificateurs d'instrumentation sont des amplificateurs différentiels à base d'AOP qui réduisent les défauts du montage soustracteur à un seul AOP : TRMC pas assez important, une impédance d'entrée pas assez élevée…

Rq : influence de l'impédance d'entrée
Le montage équivalent d'un amplificateur et du signal d'entrée est le suivant.

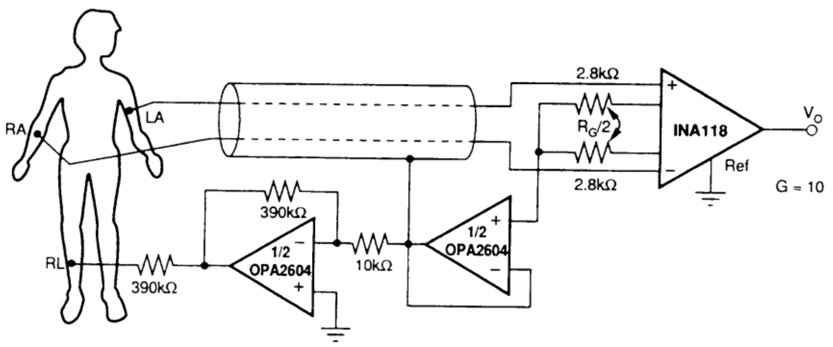


Calcul de Ve avec Ze différent de l'infini puis égale à l'infinie

Différents montages existent, il serait inutile de tous les étudier. Il suffit en fait d'exploiter la documentation technique donnée par le constructeur.

Dans notre exemple de l'électrocardiographe, le composant utilisé est un INA 118

ECG AMPLIFIER WITH RIGHT LEG DRIVE



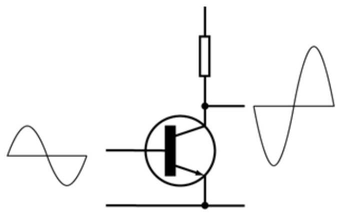
Validation l'utilisation de cette amplificateur :

Gain de l'amplificateur : La formule donnée par le constructeur est G=1+ 50/Rg
Ici Rg=5,6kΩ, ce qui donne G=9,93 proche de 10, OK même si on reste avec des tensions faibles

Bande passante pour G=10 de 500kHz, très largement supérieur à la fréquence des signaux relevés

TRMC : figure en haut à droite page 4 : f faible <100 Hz, G=10, on a donc un TRMC de 110 dB environ

Rq : On trouve aussi de nombreux montages amplificateurs réalisé à partir de transistors (bipolaires ou FET)



II CONVERSION ANALOGIQUE NUMERIQUE

Les capteurs relèvent des grandeurs physiques. Ces grandeurs sont toujours analogiques, elles varient de manière continue avec le temps. Or les composants qui traitent ces informations sont aujourd'hui la plupart du temps des composants numériques : automates, microcontroleur…. (d'ailleurs les microcontroleurs, automate… incluent souvent des CAN, et ont donc la possibilité d'avoir des entrées analogiques)

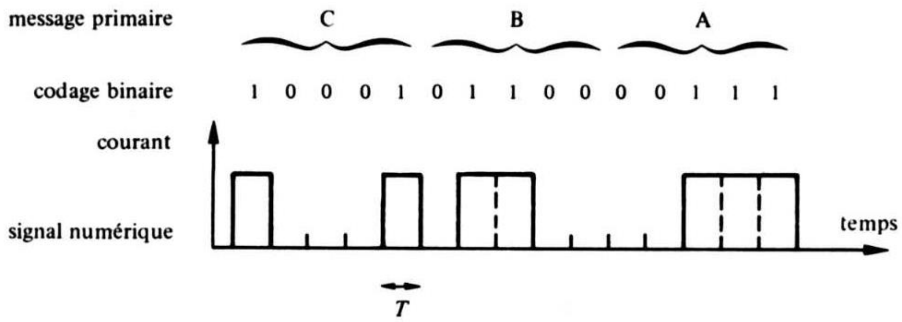
Le convertisseur analogique numérique (CAN ou ADC en anglais) permet d'effecteur cette adaptation.

2. Caractéristique du numérique

Un signal numérique est un signal discret, une succession de 0 et de 1 (en binaire). Ces 0 et 1 sont alors regroupés en n chiffres pour former un mot ou un nombre. Le nombre de chiffres utilisés dépend de l'architecture matériel (exemple, les microcontroleurs PIC 16F travaillent sur des registres 16 bits)

Rq : Un microcontroleur peut voir ses instructions codées sur 12 bits et travailler sur des données codées sur 8 bits.

Exemple de signal numérique travaillant sur 5 bits :



a) Numération

Quelque soit le système de numération (base B), tout entier X peut s'écrire comme :
X=$\sum_{k=0}^{n} a_k . B^k$
et se représenter sous la forme :
X=(a_n, a_{n-1},…,a_1,a_0)$_B$

Le chiffre a_n est appelé bit le plus significatif (MSB) ou bit de poids fort.
Le chiffre a_0 est appelé bit le moins significatif (LSB) ou bit de poids faible.

Il est alors simple de passer d'un nombre codé en binaire à un nombre en décimal, il suffit de compter les puissances de 2.
Ex : $(10011010)_2$=

Pour effectuer la transformation inverse, il faut décomposer le nombre décimal en puissance de 2.
Ex : $(112)_{10}$=

Cette description ne permet de représenter que des nombres entiers positifs. Pour représenter des nombres entiers négatifs, il faut utiliser le complément à 2.

Ex : codage du nombre -53 sur 8 bits :

<u>1ère étape :</u> codage en binaire de la valeur absolue : $(53)_{10}$=

<u>2ème étape :</u> écriture du complémentaire de la valeur absolue :

<u>3ème étape :</u> on ajoute 1 : + 1

→$(-53)_{10}$=

Rq : - Le bit de poids fort indique le signe du nombre. Si MSB=1, alors le nombre est négatif.

- On peut vérifier que le calcul est juste en additionnant les deux nombres binaires opposés en trouvant un résultat nul.

$(53)_{10}$ $(00110101)_2$

+ $(-53)_{10}$ $(11001011)_2$

0

- **Base 16 : hexadécimal**

En fait, bien que matériellement les informations dans les composants soient transmis et stockées en binaire, pour des raisons de commodités (nombre plus courts à écrire), on préfère représenter les nombres en base 16 avec des chiffres allant de 0 à F.

Le passage d'hexadécimal à décimal se fait comme précédemment, on additionnes les puissances de 16. Ex : $(2FA)_{16}=2\times16^2+15\times16^1+10\times16^0=512+240+10=(762)_{10}$

Rq : Plusieurs notations coexistent pour signifier la base 16 : $(2FA)_{16}$=\$(2FA)=(2FA)H=0x2FA

Pour transformer un nombre binaire en hexadécimal, il faut traduire en hexadécimal chaque groupe de 4 chiffres binaires

Ex : $(\underbrace{0\ 0\ 1\ 1}\ \underbrace{1\ 1\ 0\ 1})_2$

Base 10 :

Base 16 :

Le passage d'hexadécimal vers binaire reprend la même méthode mais à l'inverse.

Pour passer du décimal à l'héxadécimal, on procède par division par 16 (au lieu de 2 en binaire) ou il est possible de passer par une étape intermédiaire en binaire.

b) codages

Suivant l'application, il peut être intéressant de coder l'information d'une manière autre que celle "naturelle" (ou classique) des puissances de la base (2, 10 ou 16). Nous ne verrons briévement que 3 exemples de codage. (Il en existe de nombreuses sortes)

- **Code BCD**

Dans ce codage (BCD, Binary Coded Decimal en anglais), chaque chiffre décimal est écrit en binaire avec 4 bits puis tous sont juxtaposés. Cette représentation est commode pour traiter les nombres dans le mode de représentation le plus adapté à l'opérateur humain (lors d'un affichage par exemple).

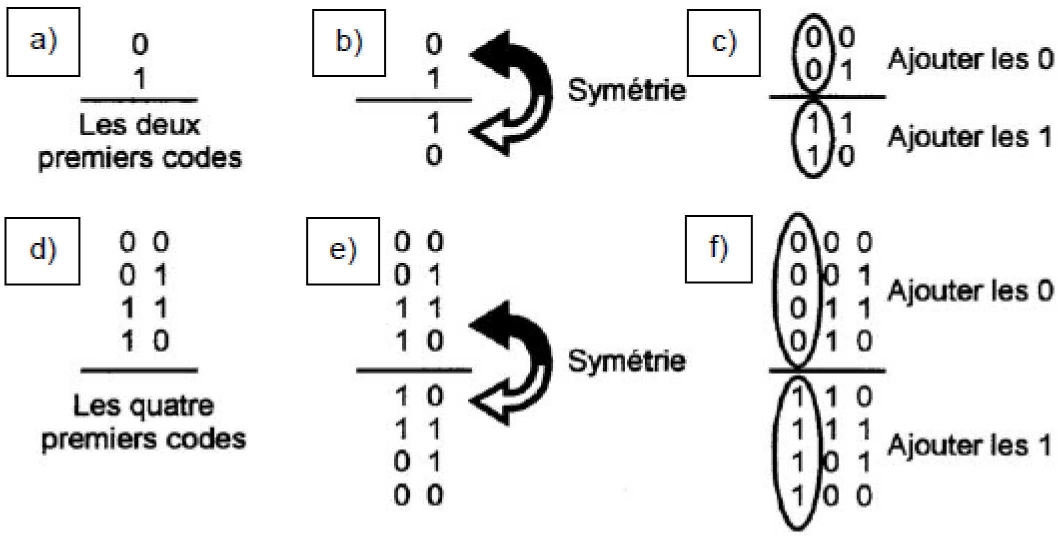
Exemple : 7239 = $(\underbrace{0111}_{7}\ \underbrace{0010}_{2}\ \underbrace{0011}_{3}\ \underbrace{1001}_{9})$

- **Code binaire réflechi (ou code gray)**

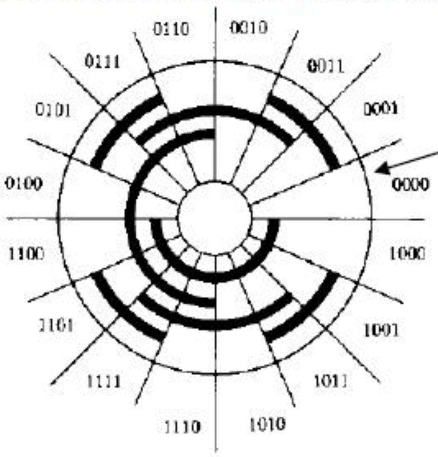
Le code binaire réfléchi (ou code GRAY) est construit de telle sorte que lorsque l'on change de ligne, seule une variable change d'état. Ce n'est pas un code pondéré, il ne permet donc pas d'effectuer des opérations arithmétiques.

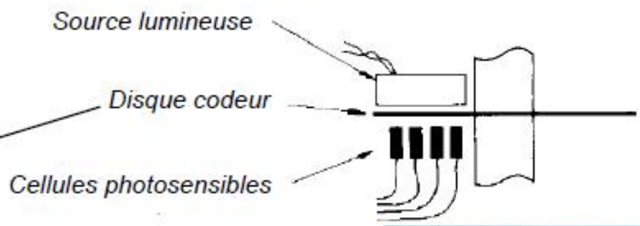
Rq : Le fait de modifier plusieurs bits lors d'une simple incrémentation peut mener, selon le circuit logique, à un état transitoire indésirable dû au fait que le chemin logique de chaque bit dispose d'un délai différent. Ainsi, lors du passage de la valeur "01" à la valeur "10" en binaire naturel, il est possible d'observer un état transitoire "00" si le bit de droite commute en premier ou "11" dans le cas contraire. Si le circuit dépendant de cette donnée n'est pas synchrone, l'état transitoire peut perturber les opérations en faisant croire au système qu'il est passé par un état normalement non atteint à ce stade. Ce code permet de contourner cet aléa en forçant la commutation d'un seul bit à la fois, évitant ainsi les états transitoires.

Méthode pour retrouver le code gray à n bits.



Ce code est utilisé pour la réalisation de capteurs numériques de position car il permet d'éviter toutes confusions de codes lors du passage d'une position à une autre, adjacente.





On l'utilise aussi pour l'organisation des tableaux de Karnaugh.

- **Code 2 parmi 5**

Dans ce code, à chaque nombre correspondent 5 bits, dont 2 valent 1 et 3 valent 0. Il permet de détecter jusqu'à une erreur : si lors d'une communication, il y a réception d'un nombre de 1 différent de 2, cela signifie qu'il y a eu une erreur de transmission.

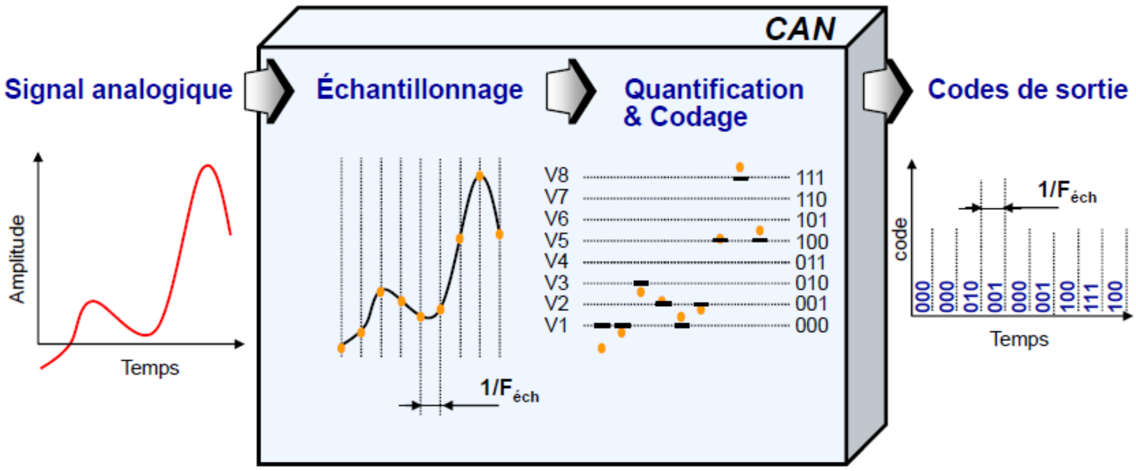
Pour ce type de code, il n'y a pas une table de vérité unique, chaque utilisateur peut créer la sienne. Exemple du 2 parmi 5 entrelacé utilisé autrefois dans les codes barres dans la logistique et le secteur médical :

Caractères	Elément 1	Elément 2	Elément 3	Elément 4	Elément 5
0	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1
2	0	1	0	0	1
3	1	1	0	0	0
4	0	0	1	0	1
5	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	1
8	1	0	0	1	0
9	0	1	0	1	0

3. Principe de conversion

La conversion analogique numérique s'effectue en 2 étapes :

- L'échantillonnage qui consiste à prendre en mémoire une valeur du signal analogique toutes les périodes d'échantillonnage
- La quantification qui consiste à transformer cette valeur analogique en un nombre codé en numérique

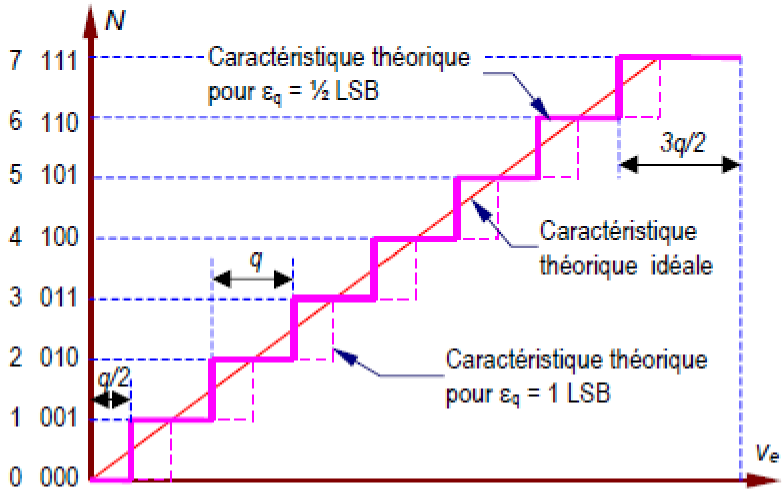


Les convertisseurs AN – NA ont des caractéristiques spécifiques telles que :

- **sa plage de conversion :** on l'appelle aussi la *Valeur Pleine Echelle* PE et correspond à la différence entre les tensions maximale et minimale admissibles à l'entrée du CAN. (FSR , full scale range en anglais)

Rq : la pleine échelle n'est pas forcement égale à la différence entre les tensions hautes et basses d'alimentation. Il est possible de la régler en définissant la tension de référence du CAN.

- **sa résolution :** elle est définie par le nombre de bits *n* utilisés pour coder la valeur analogique. On la caractérise aussi par le *quantum*. (en anglais, on peut trouver le terme accuracy)



- **son quantum :** qui définie la plus petite différence de potentiel codable par le CAN. $q = \frac{PE}{2^n - 1} \approx \frac{PE}{2^n}$

- **son temps de conversion :** qui caractérise la rapidité du CAN. Il exprime le temps que met le convertisseur pour donner une valeur numérique du signal d'entrée. Cela permettra de savoir jusqu'à quelle fréquence on peut convertir un signal en entrée.

  Rq : Il n'est pas rare que cette information ne soit pas donnée sur la documentation technique du CAN, on préfère renseigner directement la bande passante du CAN, ce qui donne la fréquence maximale du signal d'entrée.

- **sa précision :** elle caractérise l'erreur maximale entre la valeur lue et la valeur vraie. Elle tient compte des erreurs de décalage, de gain, de linéarité, etc…

- **son rapport signal sur bruit :** par son principe le CAN introduit naturellement une erreur de quantification que l'on nomme bruit de quantification. On définit donc le rapport signal à bruit d'un CAN :

$$RSBQ_{\mathrm{dB}} = 10.\log\frac{P_s}{P_{bQ}} = 20.\log\frac{S_{eff}}{B_{Qeff}}$$

Ces caractéristiques dépendent très largement de la technologie du CAN. (cf paragraphe 4)

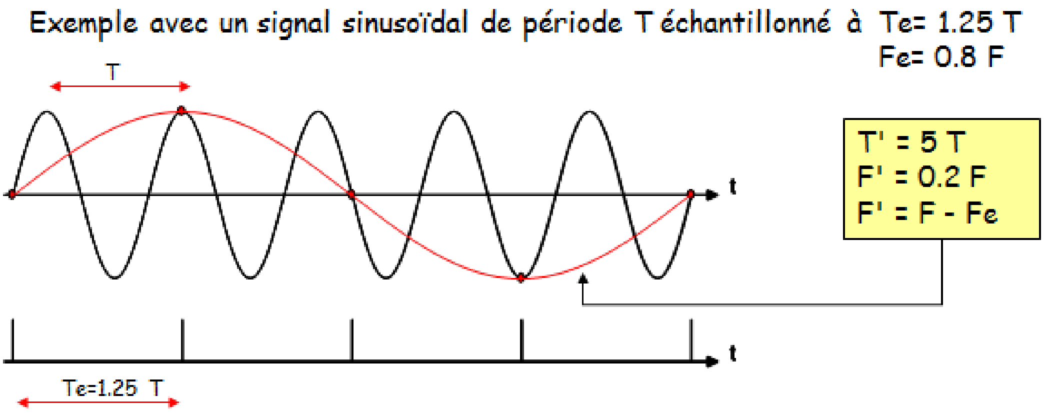
Exemple : Après lecture de la documentation technique du CAN AD7716 et avoir indiquer les caractéristiques principales du CAN, indiquer si celui-ci peut convenir à l'application d'électro cardiogramme :

de -7,3 à +7,3 V soit 14,6 V, réglable grâce à Vref (5 Volts de chaque côté), mais la tension de référence nominale est de 2,5 V. La pleine échelle nominale est donc de 5 V, ce qui donne un quantum de 1,19 µV.

Bande passante : réglable 584 Hz au max

4. Choix de la fréquence d'échantillonnage Fe

Le choix de Fe est primordial dans la restitution correct du signal d'entrée. Il parait évident que plus la fréquence d'échantillonage est elevée, meilleur sera la conversion. Si Fe est trop faible, le signal reconstitué par les échantillons peut donner une information complétement fausse.



En fait, il existe une limite de fréquence. Cette limite s'appelle le théorème de Shannon :

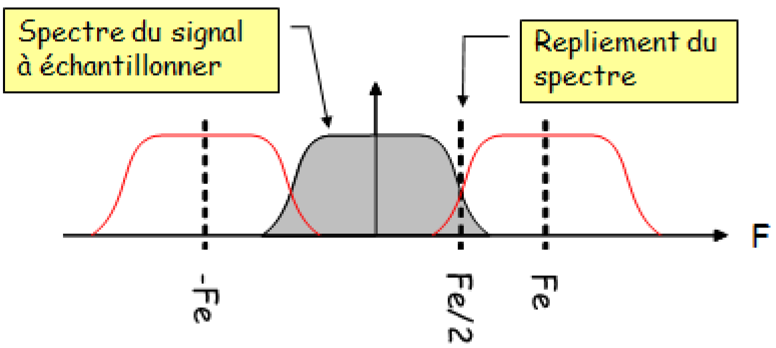
La fréquence d'échantillonnage du CAN doit être supérieur à 2 fois la fréquence maximale du spectre du signal à convertir : **Fe > 2×Fmax**

Ex 1 : Les CD audio stockent le son sous forme numérique, donc échantilloné. Or le son (la voix les musiques) est constitué de plusieurs harmoniques dont les fréquences audibles sont comprise entre 20 et 20000 Hz. La fréquence maximale du signal utile est de 20 kHz. Afin de ne pas distordre le son, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieur à 40 kHz. En pratique, la fréquence qui a été retenue est de 44,1 kHz.

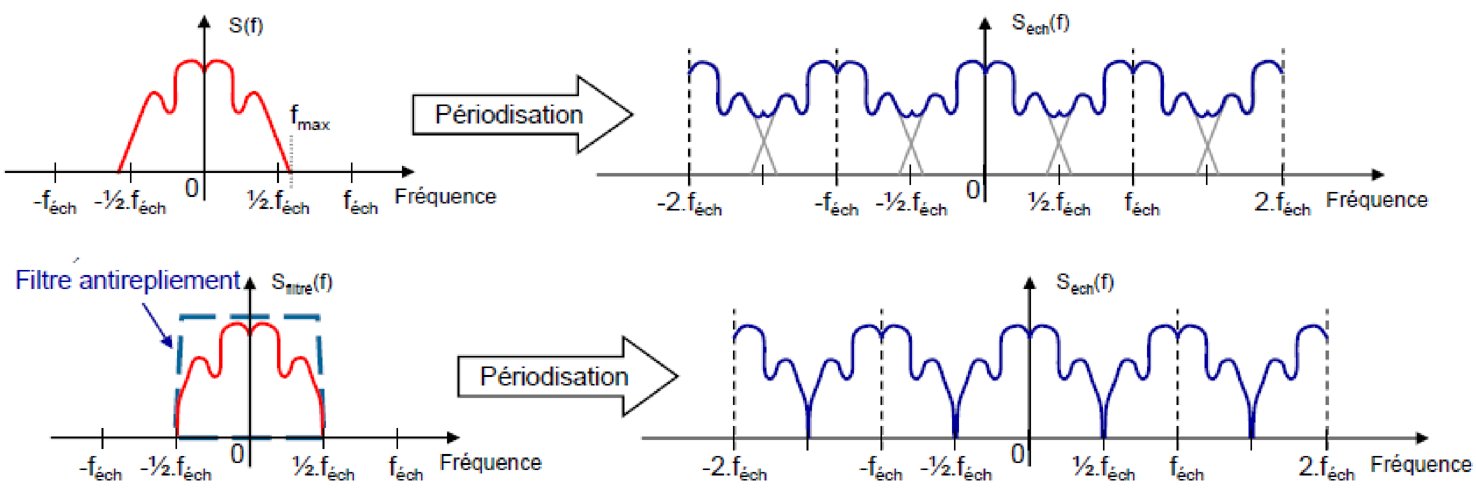
(Cf http://www.iict.ch/Tcom/Laboratoires/digivox2000/chap/chap1/echantillonage.htm)

Ex 2 : En téléphonie, on utilise une largeur de bande de 300 à 3400 Hz (car la voix émet dans une bande de fréquence plus faible que l'audible). Dans le cadre du réseau numérique à intégration de services (RNIS) ou maintenant télephonie IP (box), on utilise une fréquence d'échantillonage de 8kHz.

Remarque : Le théorème de Shannon découle du phénomène de repliement de spectre. Lorsque l'on échantillonne un signal à la fréquence Fe, on périodise son spectre.

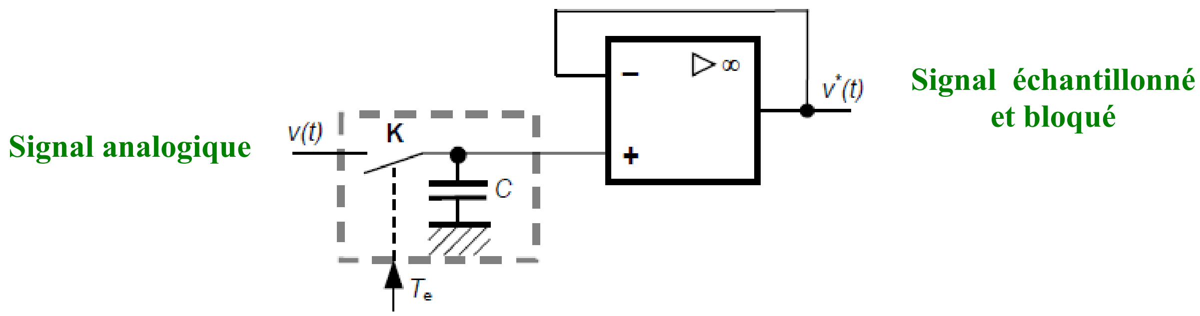


Un autre moyen de respecter le théorème de Shannon est de placer un filtre anti-repliement ayant une fréquence de coupure inférieur à Fe/2. Les CAN actuels incluent d'ailleurs un filtre numérique dont on peut paramètrer la fréquence de coupure.



5. Technologie de CAN

Il existe plusieurs technologies de convertisseur analogique numérique, dont on ne détaillera pas la structure. On se limitera à donner les caractéristiques générales de chacun. Toutefois, concernant la partie échantillonage, toutes fonctionnent sur le même principe. C'est lors de la quantification que cela diverge.

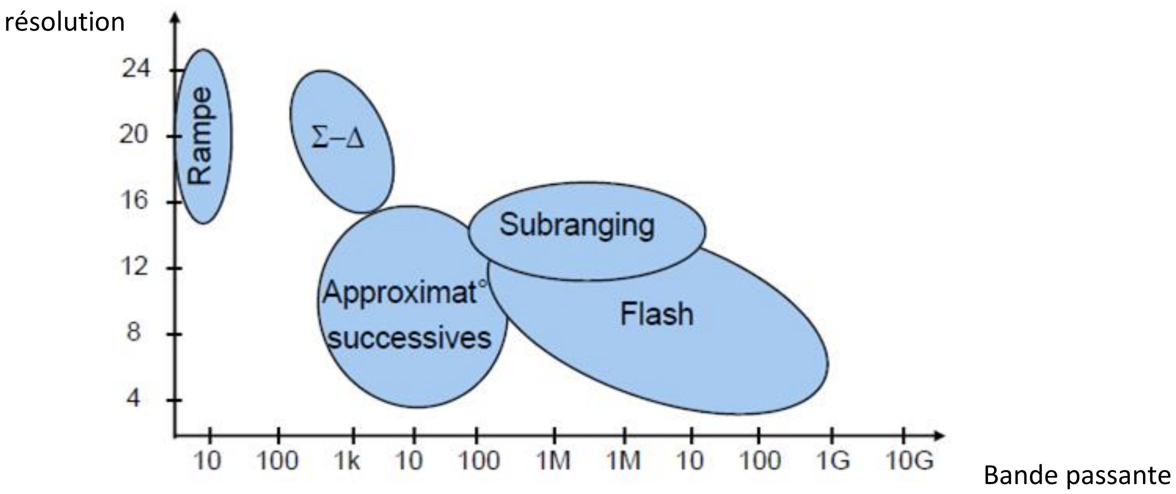


L'interrupteur est fermé T_0-périodiquement durant un très bref instant.

On récapitule dans les tableaux et graphiques ci-dessous les caractéristiques principales des différentes technologie de CAN.

Rq : On n'étudiera pas les schémas et principe de fonctionnement des différentes technologies.

Principe	Résolution	Bande passante	Cout
Double rampe	haute >12 Bit	faible <1kHz	bas
Approximation successive	moyenne 8-14 Bit	Moyenne <10MHz	moyen
flash	basse 6-10 Bit	élevé <100MHz	élevé
Delta Sigma	haute >12 Bit	Faible à moyenne <1MHz	bas (analog only)



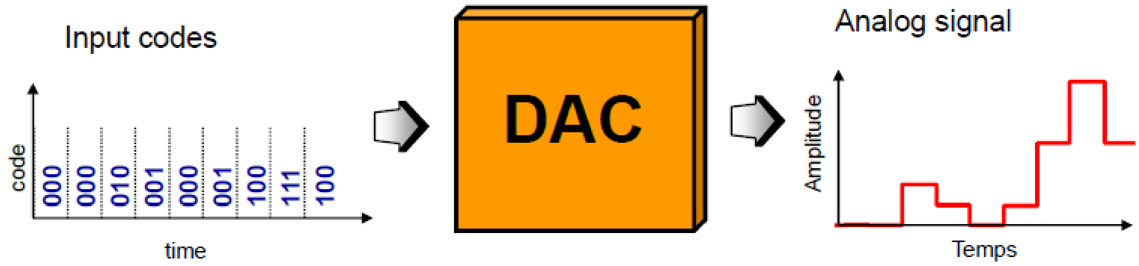
Type de CV	Fréquence	Résolution	Surface Analogique	Surface Numérique	Consommation
Compteur	100Khz	14-16 bits	300 transistors	500 portes	10 mWatts
Simple rampe	100Khz	10-12 bits	**100 transistors**	**100 portes**	10 mWatts
Double rampe	100Khz	>16 bits	**150 transistors**	**150 portes**	10 mWatts
Approx. Successives	1Mhz	14-16 bits	300 transistors	500 portes	10 mWatts
Algorithmique	1Mhz	14-16 bits	100 transistors	100 portes	1 mWatt
Flash	**>100Mhz**	12-14 bits	2500 transistors	5000 portes	1 Watt
Sub-ranging	50Mhz	12-14 bits	600 transistors	500 portes	100 mWatts
Pipeline	100Mhz	10-12 bits	800 transistors	200 portes	100 mWatts
Sigma-delta	1Mhz	**>20 bits**	1000 transistors	5000 portes	100 mWatts

Remarque :
Comparateur : 10 transistors
Ampli-op : 50 transistors
DAC (N bits) : 2^N transistors + 2^N portes
Registre : 5 portes par bit
Compteur : 6 portes par bit

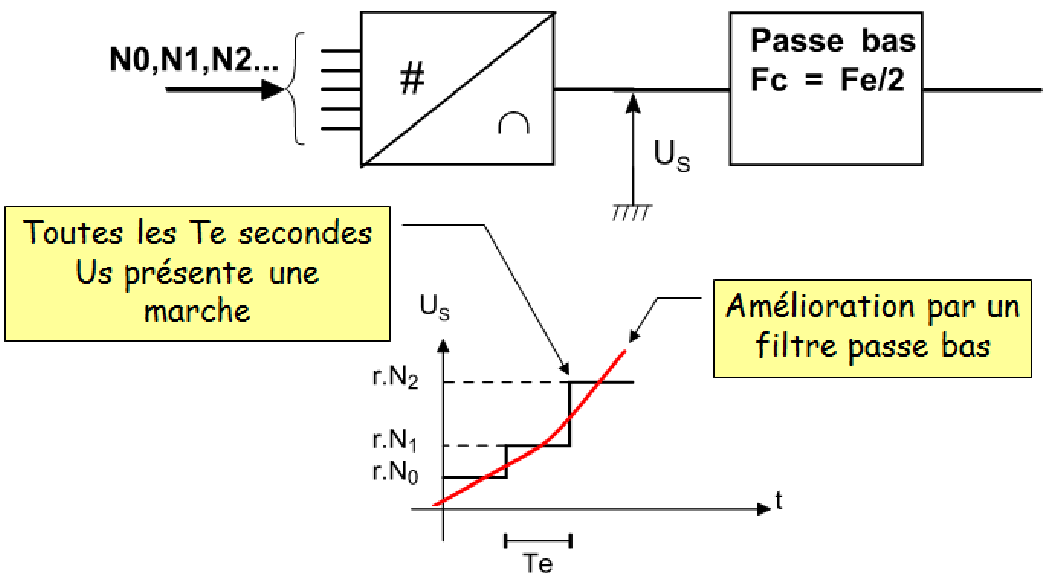
Exemples de caractéristiques d'un CAN flash AD679J (pour comparer avec le convertisseur sigma delta AD7716 vu précédemment) :

III CONVERTISSEUR NUMERIQUE ANALOGIQUE

Un convertisseur numérique - analogique permet de traduire une information numérique (binaire) en une information analogique, c'est à dire en une grandeur physique (courant, tension...).



Afin d'améliorer le signal de sortie, on place en sortie un filtre passe bas.



On peut aussi améliorer la finesse du signal de sortie en des valeurs intermédiaires en faisant un calcul d'extrapolation.

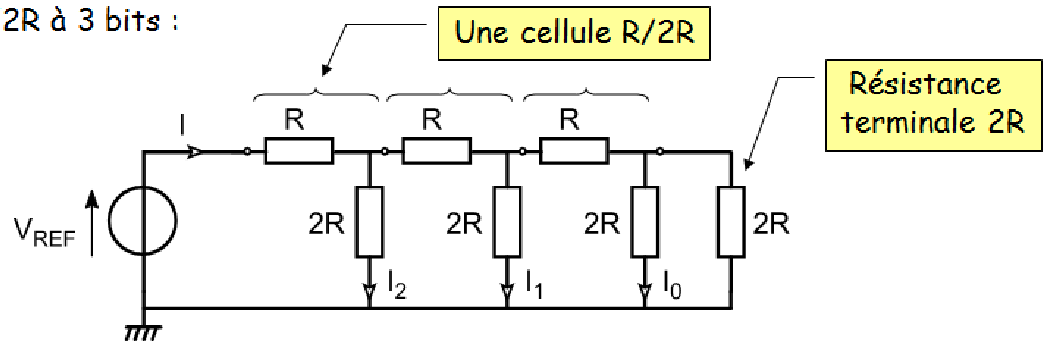
Les caractéristiques d'un CNA sont les mêmes que ceux des CAN :

- Résolution (nombre de bits)
- Précision
- Temps de conversion
- Echelle de la grandeur de sortie
- Type de grandeur de sortie (courant, tension essentiellement
- Protocole de communication (série, asynchrone, SPI, I²C…)

Exemple de CNA : AD5689

Une technologie souvent employée pour les CNA est l'utilisation des réseaux de résistances R-2R :

Réseau R/2R à 3 bits :



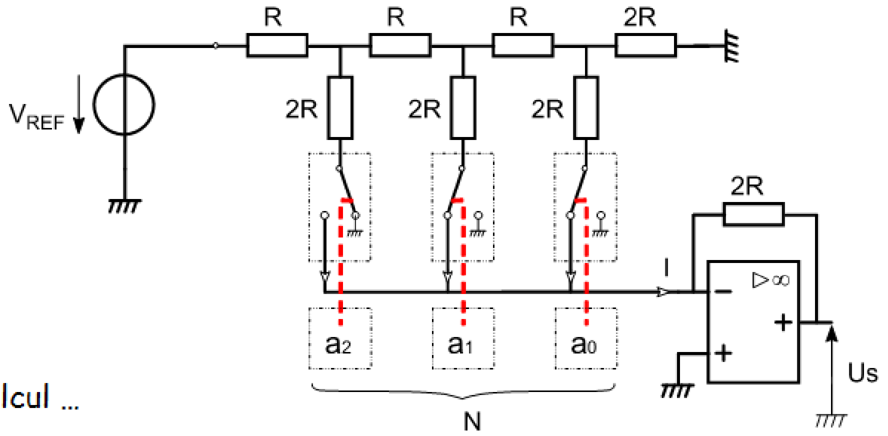
Le générateur V_{ref} voit à ses bornes une résistance équivalente de 2R quel que soit le nombre de cellules.

On a

Chaque cellule de rang n se voit donc affecter un poids de 2^n.

On utilise alors ce principe en employant un AOP de la manière suivante :

CNA 3 bits
(Schéma représenté pour N_2 = 011)



Encore un peu de calcul ...

$I = I_2.a_2 + I_1.a_1 + I_0.a_0$

$I = (-V_{REF}/4R).a_2 + (-V_{REF}/8R).a_1 + (-V_{REF}/16R).a_0$

$Us = -2R.I = V_{REF}\,(a_2/2 + a_1/4 + a_0/8)$

$Us = V_{REF}\,.\,(4a_2 + 2a_1 + a_0)/8 = V_{REF}\,.\,N/8$

$$\boxed{Us = V_{REF}\,.\,N/2^n}$$

Rq : d'autres technologies existent mais ne seront pas abordées. (qui permettent notamment d'éviter des phénomènes de commutation transitoires non contrôlés)